Hallar el determinante de la matriz | A |

Hallar

| A |

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}_{A\,4x4}$$

Solución del ejercicio

Por definición, en algebra lineal, toda matriz de orden cuadrado tiene determinante, es decir, una matriz tiene determinante si y solo si es de orden cuadrático, o sea, 1x1, 2x2, 3x3,4x4,5x5, etc…

El determinante de una matriz se denota como | A | o det A, siendo A una matriz cuadrada $|A|_{nxn}$ y el resultado es un escalar positivo o negativo según el cálculo realizado con sus elementos.

Si **A** [(a11 a12 a13 a14), (a21 a22 a23 a24), (a31 a32 a33 a34), (a41 a42 a43 a44)] *nxn* donde n = 4 entonces | A[a] | = *a11* * |*mIn[a11]* | **-** *a12* * | *mIn[a12]* | **+** *a13* * | *mIn[a13]* | **-** *a14* * |*mIn[a14]* | , es decir el determinante de una matriz de orden 4x4 es el producto de cada elemento de la primera fila por el respectivo determinante interno de 3x3. Este determinante interno que lo llamamos con fines de entendimiento como *mIn*, se obtiene cancelando toda la fila y columna donde se encuentra el elemento actual, quedando una matriz A_{3x3}. Los signos de cada elemento de la primera fila son alternados. Este proceso resume la explicación técnica o estricta del cálculo de los cofactores de cada elemento de la primera fila y la matriz adjunta.

Las propiedades básicas más comunes que maneja el cálculo de determinantes es el producto por escalar.

Entonces, hallando el determinante a la matriz A se tiene:

$$|A| = \underbrace{\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 4 & -1 \end{vmatrix}}_{A\,4x4} = -1 * \begin{vmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \end{vmatrix} -2 * \begin{vmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \end{vmatrix}$$

$$+0 * \begin{vmatrix} 4 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} -3 * \begin{vmatrix} 4 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= -36$$

Para calcular el determinante de una matriz de A_{3x3} Puede visitar una más de las tutorías, en donde se explica el cálculo del determinante para este orden de matrices.